IQ ACADEMY

المراجعة الشاملة لشابتر ٥

Function :

Q) The set of output is Y_Values (✓)

Q) The set of input is X_Values (✓)

Q) $f(x) = \sqrt{x+1} + 4$ then $f(8) =$

$f(8) = \sqrt{8+1} + 4$

$= \sqrt{9} + 4 = 3 + 4$

Q) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 3 \\ 2x & x \leqslant 3 \end{cases}$ then $f(\pi) =$

$\pi = 3.14$

$f(\pi) = \frac{1}{3.14}$

Q) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 1 \\ 2x+3 & x > 1 \end{cases}$ then $f(\frac{1}{2}) =$

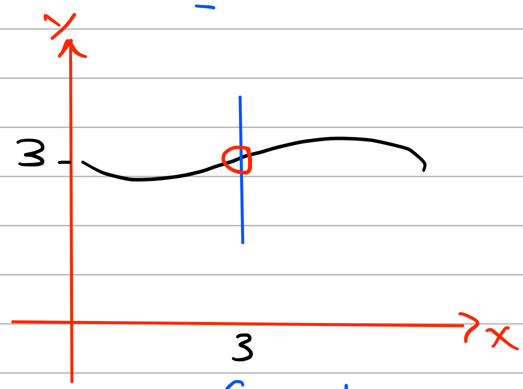
a) True b) false

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

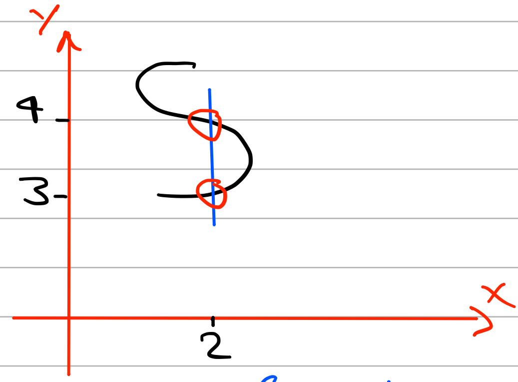
Vertical line test :

اختبار الخط العمودي
(اختبار الدالة)

اذا قطع الخط العمودي الدالة اكثر من نقطة اذا هي ليست دالة

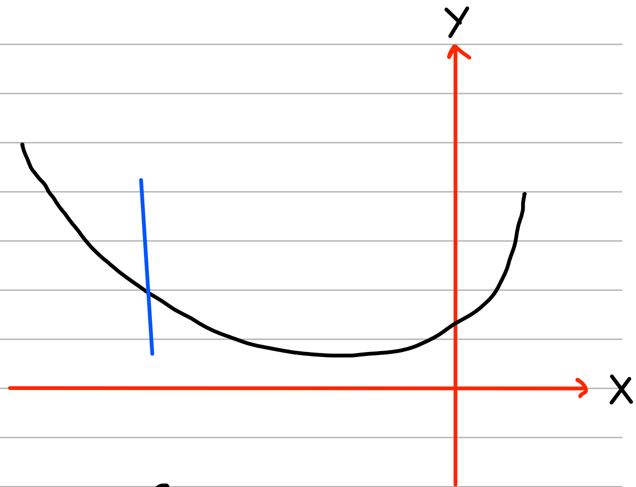


function



not function

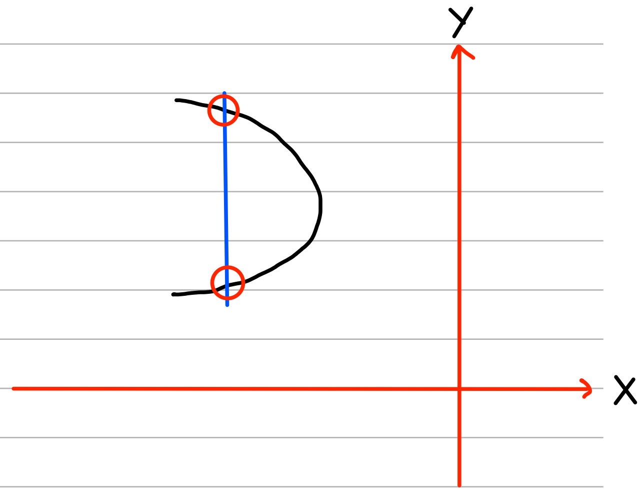
Q) The graph define Y as function of X



a) True

b) false

Q) The graph define Y as function of X



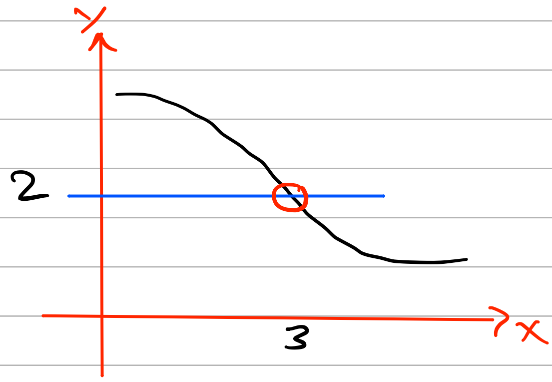
a) True

b) false

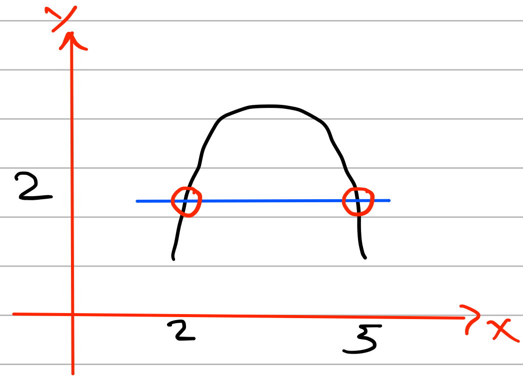
لأن الخط العمودي يقطع الدالة في اكثر من نقطة

Horizonal line test :

اذا قطع اختبار الافقي اكثر من مرة واحدة فان الدالة ليس لها معكوس

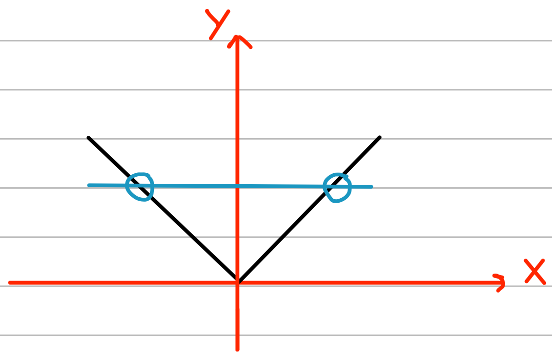


one to one function

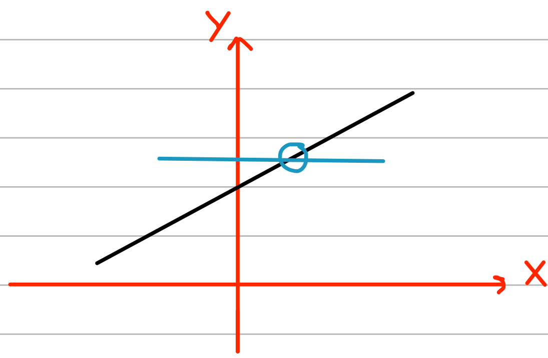


not one to one function

Q) Determine whether the function $f(x) = |x|$ is one to one



not one to one by horizontal line test



one to one by horizontal line test

Absolute value : القيمة المطلقة

*) Domain of the absolute value function $(-\infty, +\infty)$

*) Range of the absolute value function $[0, +\infty)$

اختيارات او صح و خطأ

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

Q) The Statment is Correct for all real Value of x is $\sqrt{x^2} = x$ (X)

$\sqrt{x^2} = |x|$

$|a+b| \leq |a| + |b|$

$|a| \geq b \longrightarrow a \geq b$ or $a \leq b$

صح و خطأ

EX:

$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

$x^2 - 1 \geq 0 \longrightarrow x^2 \geq 1$

$\sqrt{x^2} \geq \sqrt{1}$

$|x| \geq 1$

$x \geq 1$ or $x \leq -1$

$|a| \leq b \longrightarrow -b \leq a \leq b \longrightarrow$ صح وخطأ

EX:

$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$9 - x^2 \geq 0 \longrightarrow 9 \geq x^2 \longrightarrow \sqrt{9} \geq \sqrt{x^2}$

$3 \geq |x| \longrightarrow |x| \leq 3$

$-3 \leq x \leq 3$

Domain :

كسرية :

الخطوات :

① نساوي المقام بصفر

② نكتب الفترة

* مثال :

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

$x - 3 \neq 0$

$x \neq 3$

$domain = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

جذرية :

الخطوات :

① ماتحت الجذر اكبر من او يساوي صفر اذا كان الجذر في البسط

② ماتحت الجذر اكبر من صفر اذا كان الجذر في المقام

* مثال : find the domain

$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

$4 - x^2 \geq 0 \longrightarrow 4 \geq x^2$

$x^2 \leq 4 \longrightarrow \sqrt{x^2} \leq \sqrt{4}$

$|x| \leq \pm 2 \longrightarrow -2 \leq x \leq 2$

$domain = [-2, 2]$

* مثال :

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x+3}}$$

$x + 3 > 0$

$x > -3$

$domain = (-3, \infty)$

Q) The domain of $f(x) = \sqrt{x+4}$ is

a) $[-4, \infty)$ b) $[4, \infty)$ c) $(-\infty, 4]$

$x + 4 \geq 0$

$x \geq -4 \longrightarrow [-4, \infty)$

Q) The domain of $f(x) = x + 9$ is $(-\infty, \infty)$

a) True b) false

Q) The domain of $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ is :

a) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ b) $(-\infty, 2]$

c) $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$ d) $[-2, +\infty)$

$x + 2 \neq 0$

$x \neq -2$

domain $= \mathbb{R} - \{-2\}$

Range

كسرية :

الخطوات:

① نوجد الدالة العكسية:

$Domain\ f(x) = Range\ f^{-1}(x)$

$Range\ f(x) = Domain\ f^{-1}(x)$

مثال:

find the range

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$y(x-1) = x+1$$

$$yx - y = x+1$$

$$yx - x = y+1$$

$$x(y-1) = y+1$$

$$x = \frac{y+1}{y-1}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+1}{y-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$D_f = x-1 \neq 0 \longrightarrow x \neq 1 \longrightarrow (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) = R_{f^{-1}}$$

$$D_{f^{-1}} = x-1 \neq 0 \longrightarrow x \neq 1 \longrightarrow (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) = R_f$$

جذرية :

*) مدى الدالة الجذرية له عدة حالات:

- $R=[0,+\infty) \longleftarrow \sqrt{\quad}$
- $R=(-\infty,0] \longleftarrow -\sqrt{\quad}$
- $R=[a,+\infty) \longleftarrow a+\sqrt{\quad}$
- $R=(-\infty,a] \longleftarrow a-\sqrt{\quad}$

مثال: find the range

$f(x)=-\sqrt{x^2-3}$

$R=(-\infty,0]$

$f(x)=\sqrt{x^2-3}$

$R=[0,+\infty)$

$f(x)=2-\sqrt{x^2-3}$

$R=(-\infty,2]$

$f(x)=2+\sqrt{x^2-3}$

$R=[2,+\infty)$

Q) The range of $f(x) = \sqrt{x+1} + 4$ is

a) $[1, \infty)$ b) $[-4, \infty)$ c) $[4, \infty)$ d) $[-1, \infty)$

$D = x + 1 \geqslant 0 \longrightarrow x \geqslant -1 \longrightarrow [-1, \infty)$

range:

$x + 1 \geqslant 0$

$\sqrt{x+1} \geqslant 0$

$\sqrt{x+1} + 4 \geqslant 0 + 4$

$\sqrt{x+1} + 4 \geqslant 4$

Q) The range of $f(x) = 3 + \sqrt{x}$ is

domain:

$x \geqslant 0 \longrightarrow [0, \infty)$

range:

$x \geqslant 0$

$\sqrt{x} \geqslant \sqrt{0}$

$3 + \sqrt{x} \geqslant 3 + 0$

$3 + \sqrt{x} \geqslant 3 \longrightarrow [3, \infty)$

كثيرة الحدود :

تنقسم الى جزئين

عندما تكون الدالة من درجة زوجية

Range

- اذا كانت اشارة المتغير موجبة

  [العدد المجموع او المطروح من المتغير , ∞)

- اذا كانت اشارة المتغير سالبة

  ($-\infty$, العدد المجموع او المطروح من المتغير]

$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

عندما تكون الدالة من درجة فردية

Range

$(-\infty, +\infty)$

find the range

Q) $f(x) = x^3 + 2$

$R = (-\infty, +\infty)$

Q) $f(x) = x^3 + 2$

$R = (-\infty, +\infty)$

Q) $f(x) = -x^2 + 2$

$R = (-\infty, 2]$

Q) $f(x) = x^2 + 2x - 2$

$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(-\frac{2}{2\cdot 1}\right) = f(-1)$

$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 2$

$= 1 - 2 - 2 = -3$

$R = [-3, +\infty)$

العمليات على الدوال و ايجاد مجالها :

$(f+g)(x), (f-g)(x), (fg)(x), (f/g)(x)$

المجال لهذه الدوال هو تقاطع مجال الدالتين $(D_f \cap D_g)$ لكن في القسمة نستبعد القيم التي تسبب ان المقام يساوي صفر

$f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x+1}$

find the domain of f/g ?

$D_f = x+1 \geq 0 \longrightarrow x \geq -1 = [-1, +\infty)$

$D_g = x+1 > 0 \longrightarrow x > -1 = (-1, +\infty)$

$D_{f/g} = [-1, +\infty) \cap (-1, +\infty) = (-1, +\infty)$

Q) $f(x) = 16 + x^2$ and $g(x) = x - 2$ then $(f+g)(x) =$

a) $18 + x$ b) $x^2 + x + 14$ c) $x - 18$

$f + g = 16 + x^2 + x - 2 = x^2 + x + 14$

Q) $f(x) = \sqrt{x-1}$ and $g(x) = x - 2$ then domain $(f/g) =$

a) $[1, \infty)$ b) $[1, 2) \cup (2, \infty)$ c) $(2, \infty)$

$D_f = x - 1 \geq 0 \longrightarrow x \geq 1 = [1, \infty)$

$D_g = x - 2 \neq 0 \longrightarrow x \neq 2 \longrightarrow (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

$D_{f/g} = D_f \cap D_g = [1, \infty) \cap ((-\infty, 2) \cup (2, \infty))$

$= [1, 2) \cup (2, \infty)$

Composition of function : تركيب الدوال

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

تركيب الدوال عن طريق ادخال الدالة الداخلية مكان كل X في الدالة الخارجية

$f(x) = x^2 + 3 \quad , g(x) = \sqrt{x}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\cancel{\sqrt{x}})^{\cancel{2}} + 3 = x + 3$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}$

Q) $f(x) = \frac{1}{x}$ and $g(x) = 3x + 2$ the $(f \circ g)(x) =$

a) $\frac{1}{3x}$ b) $\frac{1}{3x+2}$ c) $\frac{1}{3x} + 2$ d) $\frac{1}{3x^2}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+2) = \frac{1}{3x+2}$

Q) Composition is an operation on function

a) True b) false

Q) $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ and $g(x) = \sqrt{x - 2}$ the $(f \circ g)(x) =$

a) $\sqrt{18 - x}$ b) $18 + x^2$ c) $x - 18$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x-2}) = \sqrt{16 - (\cancel{\sqrt{x-2}})^{\cancel{2}}}$

$= \sqrt{16 - x + 2} = \sqrt{18 - x}$

Domain of the composition : مجال الدوال المركبة

مجال الدالة المركبة الفترة المشتركة لمجال الدالة المركبة تقاطع مجال الدالة الداخلية

مثال: find the $(f \circ g)(x)$ and $(g \circ f)(x)$ and the domain of the Composition

$f(x) = x^2 + 3 \quad , g(x) = \sqrt{x}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3 = x + 3$

$D_R = D_{x+3} = (-\infty, +\infty)$

$D_g = x \geqslant 0 = [0, +\infty)$

$D_{f \circ g} = D_R \cap D_g = (-\infty, +\infty) \cap [0, +\infty)$

$= [0, +\infty)$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 + 3) = \sqrt{x^2 + 3}$

$D_R = D_{\sqrt{x^2+3}} = (-\infty, +\infty)$

$D_f = (-\infty, +\infty)$

$D_{g \circ f} = D_R \cap D_f = (-\infty, +\infty) \cap (-\infty, +\infty)$

$= (-\infty, +\infty)$

Q) $f(x) = x + 5$ and $g(x) = \sqrt{x}$ the $(g \circ f)(x)$ and its domain

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+5) = \sqrt{x+5}$

$D_f = (-\infty, \infty)$

$D_{\sqrt{x+5}} = x + 5 \geq 0 \longrightarrow x \geq -5 \longrightarrow [-5, \infty)$

$D_{g \circ f} = D_f \cap D_{\sqrt{x+5}}$

$= (-\infty, \infty) \cap [-5, \infty) = [-5, \infty)$

Even and odd function : الدالة الزوجية والفردية

Function f said to be even function if

$f(-x)=f(x)$

Function f said to be odd function if

$f(-x)=-f(x)$

الدالة الزوجية متماثلة حول محور Y

*) even function are symmetric about y-axis

الدالة الفردية متماثلة حول نقطة الاصل

*)odd function symmetric about the origin

Check the function is even or odd or neither مثال :

$f(x)=x^2(4-x^2)$

$f(-x)=(-x)^2\left(4-(-x)^2\right)=x^2(4-x^2)=f(x)$

$f(-x)=f(x) \longrightarrow$ even

$f(x)=\dfrac{x^5-x}{1+x^2}$

$f(-x)=\dfrac{(-x^5)-(-x)}{1+(-x)^2}=\dfrac{-x^5+x}{1+x^2}\neq f(x) \longrightarrow$ not even

$f(-x)=\dfrac{(-x^5)-(-x)}{1+(-x)^2}=\dfrac{-x^5+x}{1+x^2}=-\dfrac{x^5-x}{1+x^2}=-f(x)$

$f(-x)=-f(x) \longrightarrow$ odd

$f(x) = x + 1$

$f(-x) = (-x) + 1 = -x + 1 \neq f(x) \longrightarrow$ not even

$f(-x) = (-x) + 1 = -x + 1 = -(x - 1) \neq -f(x) \longrightarrow$ not odd

So its neither

Q) $f(x) = x^2 + 2x$ is even function

a) True b) false

$f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) = x^2 - 2x \neq f(x) \longrightarrow$ not even

Q) $f(x) = x^{33}$ is even function

a) True b) false

$f(-x) = (-x)^{33} = -x^{33} \neq f(x) \longrightarrow$ not even

$f(-x) = (-x)^{33} = -(x^{33}) = -f(x) \longrightarrow$ odd

Q) if the graph of function symmetric about Y-axis then the function

a) even function b) odd function c) neither

Inverse function الدوال المعكوسة

*) if functions f and g Satisfy two Condition:

1) $g(f(x)) = x$ for ever x in domain of f

2) $f(g(y)) = y$ for every y in domain of g

then f is inverse of g and g is inverse of f

*) $f^{-1}(f(x)) = x$ for ever x in domain of f

$f(f^{-1}(x)) = x$ for ever x in domain of f^{-1}

مثال :

a) The inverse of $f(x) = 2x$ is $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x$

$f(f^{-1}(x)) = f(\frac{1}{2}x) = \cancel{2}(\frac{1}{\cancel{2}}x) = x$

Q) The function $f(x) = 2x + 4$ and $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$ are inverse function

a) True   b) false

$f(g(x)) = f(\frac{1}{2}x - 2) = 2(\frac{1}{2}x - 2) + 4 = x - 4 + 4 = x$

$g(f(x)) = g(2x + 4) = \frac{1}{2}(2x + 4) - 2 = x + 2 - 2 = x$

مثال :

find $f^{-1}(x)$ for $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ and State domain

$$y=\frac{1}{x-1}$$

$$y(x-1)=1$$

$$yx-y=1$$

$$yx=1+y$$

$$x=\frac{1+y}{y}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{1+x}{x}$$

$D_f = x-1\neq 0 \longrightarrow x\neq 1$

$=\mathbb{R}\setminus\{1\}=(-\infty,1)\cup(1,\infty)$

Q) if $f(x)=\sqrt[7]{x+2}$ then

a) $f^{-1}(x)=7x-7$ b) $f^{-1}(x)=x^7-2$ c) $f^{-1}(x)=7x-1$

$$y=\sqrt[7]{x+2}$$

$$y^7=(\sqrt[7]{x+2})^7$$

$$y^7=x+2$$

$$y^7-2=x$$

$$f^{-1}(x)=x^7-2$$

*) domain and range of inverse function :

domain of f^{-1} = range of f $\longrightarrow D_{f^{-1}} = R_f$

range of f^{-1} = domain of f $\longrightarrow R_{f^{-1}} = D_f$